

Methodological Aspects of Linear Analysis of Vegetation Cover Nonlinear Structure

Yakiv P. DIDUKH  | Yulia A. VASHENIAK  |
Yulia V. ROSENBLIT  | Olga O. CHUSOVA  | Anna A. KUZEMKO 

Affiliation

¹M.G. Kholodny Institute of Botany National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv, 01601, Ukraine

²Vasyl' Stus Donetsk National University, Vinnytsa, Ukraine

Correspondence

Yulia Rosenblit, e-mail:
yuliya.rozenblit@gmail.com

Funding information

not support

Co-ordinating Editor

Ruslana Melnyk

Data

Received: 22 March 2023

Revised: 28 May 2023

Accepted: 30 June 2023

doi: 10.32999/ksu1990-553X/2023-19-2-2



ABSTRACT

Question: How to apply linearization in vegetation science on the example of using the method of synphytoindication to assess the conditions of plant communities existence.

Locations: Carpathians, Shatsk National Nature Park, Slovechansko-Ovruchsky Ridge, Cherkasy-Chyhyryn Geobotanical District, Kyiv Forest Plateau, Central Podilsky Geobotanical District, Dniester Canyon, Krasna River Basin, Mountain Crimea.

Methods: For the analysis, we used generally accepted biometric statistical methods, as well as original author's methods.

Nomenclature: POWO 2023

Results: Linearization is a method of simplifying complex nonlinear relationships to linear forms of a certain type. This is one of the effective approaches to assessing the nonlinear structure, behavior, modeling, and forecasting the development of phytocenoses based on modern mathematical approaches and methods. From a methodological point of view, linearity could be interpreted as a projection of a non-linear structure from a multidimensional space onto planes on which lines have a certain shape, length and direction, that is, vectorization. At the same time, there are problems regarding the adequacy of displaying the results and not distorting the essence, which requires checking the results by different methods of calculations and different representativeness of the data, as well as finding limits. The paper gives examples of linearization from various areas of phytocenology. When evaluating the representativeness of the sample of relevés of alliances for phytoindication by different calculation methods, we found that the use of 30 relevés from different associations gives reliable results, and the reliability is high when using 50 relevés. Step-by-step manipulation of average values, in the comparative analysis of the syntaxonomic composition at the landscape or regional level, that is, the assessment of β , γ -diversity increases the level of reliability of approximation and visualization. Analysis examples of the complex character of the correlations between the ecological indicators shows that in some cases qualitative changes occur outside the critical limits, at the bifurcation points, which indicates the need to take into account the limiting values when developing prognostic models.

Conclusions: We concluded that the reliability of the results obtained by only one method is not reliable enough, but needs to be checked by another calculation method or evaluation of another sample of data. The given examples testify to the perspective of the linearization approach in geobotanical research.

KEYWORDS

linearization, method, ordination, representativeness of the sample, synphytoindication, syntaxa, the mean value, vegetation

CITATION

Didukh, Ya.P., Vasheniak, Yu.A., Rosenblit, Yu.V., Chusova, O.O., Kuzemko, A.A. (2023). Methodological Aspects of Linear Analysis of Vegetation Cover Nonlinear Structure. *Chornomorski Botanical Journal* 19 (2): 169–186. doi: 10.32999/ksu1990-553X/2023-19-2-2

ВСТУП

Сучасний етап розвитку науки про рослинність характеризується широким впровадженням синтаксономічних даних в екологію та географію, у тому числі з використанням інформаційних технологій (статистичні методи, ГІС тощо). Такі дослідження дають можливість вийти на розробку певних прогнозів та сценаріїв розвитку рослинного покриву, моделювання станів фітоценозів.

Однією із ключових характеристик природних систем є їх надзвичайна складність та неоднозначність зворотної відповіді на зовнішній вплив, що визначає нелінійність реакції, поведінки та розвитку екосистем, що проявляється у емерджентній зміні їх властивостей, структури. Нелінійність складних екологічних систем, біотичних об'єктів описується у вигляді різних формул чи графіків, які відображають кривизну різноманітних форм, і завдання дослідника полягає в тому, щоб знайти такий оптимальний спосіб відображення, який був би доступний для інтерпретації не лише вузьким спеціалістам із математичною освітою, а ширшому загалу дослідників-природничників. У цьому напрямку робляться певні кроки, які ґрунтуються на використанні кібернетичних, синергетичних підходів, застосування яких дає можливість встановити і оцінити певні закономірності організації структури, розвитку рослинних угруповань та залежності їх від зовнішніх чинників. Одна з ключових позицій пізнання полягає у відмові від відображення детальних властивостей чи ознак величезного різноманіття систем, а пошуку її сутнісних характеристик. Логіка нашого мислення і розрахунків спрямована на пошуки корелятивних зв'язків, які найкраще проявляються у лінійних закономірностях. Тому у своїх дослідженнях ми намагаємося спростити складні нелінійні відношення, привести їх до лінійних форм певного типу, але при цьому не повинна втрачатися суть виявлених закономірностей. Нелінійність не є запереченням лінійності – це властивості, які одна без одної існувати не можуть, бо лінійність визначає стійкість, а нелінійність – змінність характеристик. З іншого боку, нелінійність розглядається як сукупність лінійних відносин, які фіксуються на певних обмежених ділянках, тому завдання дослідника полягає у тому, щоб знайти спосіб чи встановити межі поділу складних нелінійних залежностей на лінійні форми, вирази. Такий напрямок дістав назву *лінеаризації*, що розвивається із 1970-х років (Krener 1973; Brockett 1978, Respondek 2002, Boothby 1984) і набуває широкого застосування у різних сферах (Patten 1975, Dwyer & Perez 1983, Isidori 1989, Nijmeijer & van der Shaft 1990, Westphal 2001, Avriel 2003; Cheng et al. 2010). У методичному відношенні лінійність можна трактувати як проекцію нелінійної структури із багатомірного простору на площину, на яких лінії мають певну форму, довжину та спрямованість, тобто векторизованість. Їх відображення повинно мати вигляд прямої лінії, а складніші форми кривих, що описуються рівняннями із членами 2–3 ступеня та диференційними рівняннями належать до нелінійних. Тобто, лінеаризацію можна трактувати як метод наближення характеристик складних систем у напрямку лінійних залежностей, але цей процес може бути обмежений і на проміжному рівні, який має прості форми кривизни (гіперболи, параболи). Наприклад, відомі логарифмічні криві оцінки росту популяцій, синусоїди трапляння видів у ценозі чи амплітуди екологічних шкал хоча і можна розкласти на ділянки із прямими лініями, але не обов'язково доводити до прямолінійного графіку, а обмежити відповідними типами кривих, які свідчать про нелінійність природних систем. Тобто завдання лінеаризації полягає в тому, щоб описати відповідну криву певною формулою, оцінити ті лімітуючі межі, поза якими ця форма змінюється і описується іншим типом рівнянь. У біологічних, екологічних науках ми ще дуже далекі від розуміння суті законів цих теоретичних напрацювань, але першим позитивним кроком є те, що вже починаємо оперувати цими поняттями і шукати підходи до їх оцінки. В цьому аспекті ключове місце належить розробці і удосконаленню наукових методів лінеаризації. Виникає логічне питання: чи при такому

підході не втрачається сутність складної поведінки чи зміни ознак? У біологічних та екологічних дослідженнях в силу зміни емерджентних властивостей об'єктів дослідження ці закономірності проявляються лише у певних межах, поза якими їх застосування може призводити до помилкових результатів і абсурдних висновків. Особливо актуально це при розробці прогностичних моделей. Сьогодні немає надійного способу визначення чи оцінки таких меж, тому паралельно із розробкою та застосуванням таких методів необхідна верифікація результатів. Хоча загальновідомо, що надійність, достовірність екологічних прогнозів у силу різних причин буває досить низькою, але ми не повинні відмовлятися від цього, а шукати шляхи підвищення надійності результатів, щоб забезпечити релевантність предикату (Elith & Leathwich 2009). Є різні способи удосконалення результатів і досягнення надійності, один із яких – перевірка даних через розрахунки різними способами.

В основі лінеаризації лежать математичні операції, що потребують 1) переведення якісних характеристик або ознак у кількісні одиниці виміру; 2) оцінки репрезентативності вибірки; 3) застосування методів візуалізації чи математичного вираження результатів.

Одним зі способів кількісної оцінки ознак екосистем є методика синфітоіндикації, яка дозволила якісні ознаки, характеристики екофакторів перевести в кількісні шкали відношень, з якими можна проводити різні математичні операції (Didukh 2012). Сьогодні виникла необхідність уніфікації шкал на основі бальних шкал Г. Елленберга та удосконалення їх за рахунок доповнення іншими європейськими фітоіндикаційними шкалами (Dengler et al. 2016). Підтримуючи цю пропозицію, ми вважаємо, що існує гостра необхідність удосконалення і доповнення деяких, зокрема, кліматичних шкал, що пов'язано із потребами оцінки впливу глобальних змін клімату на рослинний покрив.

Використання екологічних шкал у геоботаніці дозволило застосовувати цілий арсенал математичних методів обробки даних, таких як кореляційний, кластерний, дисперсний аналізи, будувати прогностичні моделі тощо. Водночас, застосування математичних методів вимагає певної корекції, критичного аналізу, знання суті об'єкта досліджень, оскільки сліпа віра у цифри може призвести до помилкових висновків. Використовуючи ці методи, ми на власному досвіді бачимо певні недоліки чи помилки і шукаємо шляхи їх подолання та удосконалення, зокрема на основі підходу лінеаризації.

Мета даної публікації – привернути увагу до питання застосування лінеаризації у сфері науки про рослинність на прикладі використання методики синфітоіндикації оцінки умов існування рослинних угруповань. Це зроблено на кількох прикладах з різних областей фітоценології, що відображають оцінку репрезентативності вибірки геоботанічних описів союзів різними способами розрахунків, маніпуляцію із середніми значеннями, що підвищує рівень достовірності апроксимації та візуалізацію при порівняльному аналізі великого набору синтаксонів та приклади аналізу корелятивних зв'язків між показниками екофакторів, що в окремих випадках свідчать про їх обмежений характер.

МАТЕРІАЛИ ТА МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Матеріалами слугували геоботанічні описи, зібрані авторами з різних регіонів України (Карпати, Шацький Національний природний парк, Словечансько-Овруцький кряж, Черкасько-Чигиринський геоботанічний округ, Київське лесове плато, Центрально-підільський геоботанічний округ, Дністровський каньйон, басейн р. Красна, Гірський Крим), що репрезентують синтаксономічний склад відповідних союзів та регіонів України, що занесені до бази даних UkrVeg (Iemelianova & Kuzemko 2016). Крім того, для розрахунку були використані геоботанічні описи інших авторів (І.І.

Чорней, В.В. Буджак, А.І. Токарюк, Ю.Ю. Гайова, Т.В. Фіцайло, В.П. Коломійчук, Л.П. Вакаренко, І.В. Хом'як, І.В. Гончаренко), які були включені у відповідні попередні публікації (Hayova 2005, Khomyak 2010, Fitsailo et al. 2012, Honcharenko 2017) з участю авторів статті. В цілому сукупний масив нараховує кілька тисяч геоботанічних описів, виконаних в період з 1974 по 2021 роках. Для аналізу обробки використовувалися загальноприйняті біометричні методи статистики (Rokytskyi 1973), а також оригінальні авторські методики (Didukh & Plyuta 1994, Didukh 2011, 2012, 2021), підходи, пояснення яких наводиться нижче.

РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕНЬ ТА ЇХ ОБГОВОРЕННЯ

Оцінка репрезентативності вибірки для цілей фітоіндикації

При розробці класифікації рослинних угруповань, оцінки їх змін, побудови прогностичних моделей, які ґрунтуються на статистичних даних, важливе значення має обсяг репрезентативної вибірки. Для різних аналізів обсяг достовірної вибірки може бути різним. Так, у класичних працях з біометричного аналізу зазначено, що для забезпечення статистично достовірної, вибірки, надійності результатів необхідно не менше 100 об'єктів (Rokytskyi 1973). В геоботаніці при валідазації асоціацій, розрахунку середніх показників ступеню трапляння та проективного покриття прийнято використовувати вибірку не менше 10 описів (Theurillat et al. 2020). У наших дослідженнях щодо розробки прогнозів можливих ризиків втрати біотопів ми вирішили оцінити достовірність такої вибірки через аналіз екологічних показників на рівні союзів, оскільки саме на цьому рівні добре відображаються якісні зміни флористичного складу та показників екофакторів (Mucina et al. 2016). При цьому слід мати на увазі, що об'єм вибірки також впливає на результат лінеаризації як способу відображення даних. Для оцінки достовірності вибірки для синфітосоціологічного аналізу синтаксонів було обрано два типових лісових (*Quercus-Pinion*, *Carpinion*), два степових (*Festucion valesiacaе*, *Stipion lessingianaе*) та два лучних (*Caltion*, *Synosurion*) союзи. Для аналізу було взято 150–200 геоботанічних описів з різних регіонів, і така кількість та широкий географічний розподіл у достатній мірі забезпечує достовірність результатів. З позицій класичної статистики [Rokytskyi, 1973] ми розрахували показники достовірної вибірки за формулою: $n = t_{0,05}^2 * V^2/E^2$, де n – кількість геоботанічних описів, t – значення коефіцієнта Стьюдента, яке при 95% (0,05) достовірності дорівнює 1,96, а при 99% (0,01) – 2,59; V – коефіцієнт варіації ($y\%$) = $100 * \sigma / x$; E – допустима похибка, яка відповідає показнику σ ($y\%$ від значення шкали) за наявності 100 геоботанічних описів.

Результати розподілу кількісних показників (TABLE 1) свідчать, що при достовірності 0,99 середнє значення дорівнює 27 геоботанічних описів, а при нижчому рівні достовірності (0,95) крива графіка (FIGURE 1) виходить на горизонтальне плато, тобто є постійною.

Отже, можна вважати, що мінімальна кількість репрезентативних описів для союзу є 30, а високонадійна – 50, коли крива при достовірності 0,99 виходить на плато. При цьому найбільша кількість описів, необхідна для оцінки едафічних факторів, зокрема сольового режиму (від 30 до 50 для трав'яних і 55–75 для лісових угруповань), однак при нижчому рівні достовірності (0,95) цей показник становить відповідно 18–25 та 30–45 описів. Для оцінки кліматичних факторів достатньо використання від 20 до 32 описів. Найнижчими є показники освітленості (10–25 описів), що є досить стабільними для відповідних ценозів.

ТАБЛИЦЯ 1. Розрахункова кількість геоботанічних описів, необхідних для отримання достовірності фітоіндикаційних даних за показниками провідних екофакторів (коефіцієнт Стьюдента 0,01) на рівні союзів

TABLE 1. Estimated number of relevés required to obtain the reliability of phytoindicative data according to the leading ecological indicator values (Student's t-test 0,01) at the alliance level

Екологічні фактори	Союзи					
	1	2	3	4	5	6
Hd	24,80981	15,66638	25,92764	24,66506	49,51275	41,62054
Fh	16,67336	20,57052	30,3212	26,99654	21,20455	19,3536
Rc	21,70846	18,74265	18,00068	31,82809	14,14915	14,94305
Sl	45,9259	41,84825	55,27236	75,59227	31,39649	31,89818
Ca	26,11131	35,67989	22,71751	34,08297	14,02347	16,62011
Nt	26,39543	19,82564	20,74962	37,59123	35,67926	31,81417
Ae	32,39624	15,78994	33,92578	33,24754	50,66334	46,04436
Tm	28,4761	28,14972	24,04459	30,90222	22,78559	23,38986
Om	22,97543	21,9161	21,5351	18,87231	31,6755	29,46086
Kn	29,03862	25,27074	32,10091	26,6064	19,02029	20,81956
Cr	22,43481	25,70599	19,0016	24,68936	22,04402	21,82437
Lc	10,07694	10,56967	23,54108	15,13924	8,811602	9,224912

*Примітки: Тут, в табл. 2, на рис. 3–6 позначено екологічні фактори: Hd – вологість; fH – змінність зволоження; Ae – аерація ґрунту; Nt – вміст мінеральних форм азоту; Rc – кислотність ґрунту; Sl – сольовий режим; Ca – вміст карбонатів; Tm – терморегімі; Om – омброрегімі; Kn – континентальність; Cr – криоклімат; Lc – світловий режим; номери союзів: 1 – *Cynosurion*, 2 – *Calthion*, 3 – *Carpinion*, 4 – *Quercu-Pinion*, 5. *Stipion lessingianaе*, 6. *Festucion valesiacaе*

Here, in the table 2, at Figs. 3–6 the environmental factors are: Hd – soil humidity; fH – damping variability; Ae – soil aeration; Nt – nitrogen content in soil; Rc – soil acidity; Sl – salt regime; Ca – carbonate content in soil; Tm – thermal climate; Om – climate humidity (ombroregime); Kn – climate continentality; Cr – cryoclimate; Lc – light; numbers of alliances: 1 – *Cynosurion*, 2 – *Calthion*, 3 – *Carpinion*, 4 – *Quercu-Pinion*, 5 – *Stipion lessingianaе*, 6 – *Festucion valesiacaе*

Наведені дані отримані на основі розрахунків для шести фітосоціологічних союзів і слугують лише прикладом, із якого видно, що для отримання достовірних даних необхідна різна кількість геоботанічних описів для різних союзів. Достовірність отриманих результатів ми вирішили перевірити іншими способами.

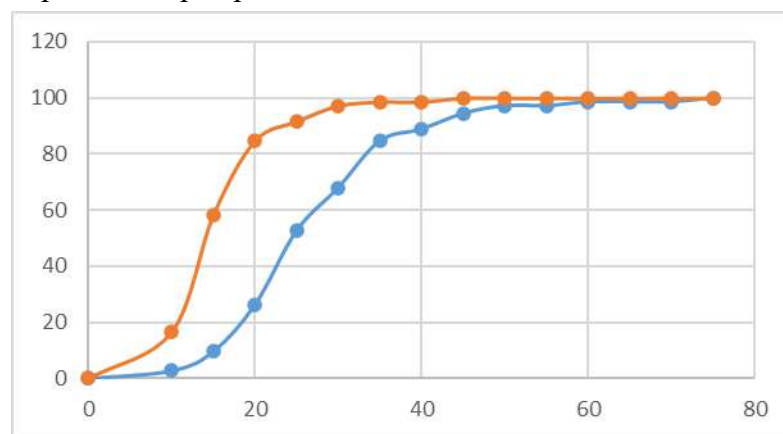


РИСУНОК 1. Залежність між кількістю геоботанічних описів (x) та репрезентативністю відображення показників екофакторів (y, %) за коефіцієнтами Стьюдента при достовірності 0,99 (блакитна лінія) та 0,95 (оранжева лінія).

FIGURE 1. The dependence between the number of geobotanical relevés (x) and the representativeness of the display of ecological indicator values (y, %) according to Student's t-test with a reliability of 0.99 (blue line) and 0.95 (orange line).

Для цього масив даних, що складав 100 геоботанічних описів розбивався на групи по 5, 10, 20, 30, 40, 50 і 100 описів. Для кожної групи розраховувалися середні значення фітоіндикаційних показників (x), а потім по відношенню до всіх груп виділялися середні (\bar{x}), максимальні (x_{\max}), мінімальні (x_{\min}) показники та квадратичні відхилення (σ). Якісна зміна (втрата) синтаксону відбувається тоді, коли значення показників екофакторів виходять за межі достовірних інтервалів, тобто досягають певного порога $x \pm \sigma$, а за межами значень $x \pm 2\sigma$ – означає фактично їх втрату (Didukh 2021). Звідси висновок, що достатньою вибіркою для фітоіндикаційної оцінки синтаксону є така, коли її показники не виходять за межі достовірних значень. Відповідно, для того, щоб вибірка була репрезентативною необхідно відібрати таку кількість описів, яка репрезентує амплітуду умов існування біотопу, тобто оптимальні середні значення та допустимі межі варіювання показників відхилень. Оскільки мова йде про оцінку умов існування, то за основу взято бальні показники 12 екологічних шкал (Didukh & Plyuta 1994), із числа яких обрано фактори, які мають найширшу екологічну амплітуду (Hd, Rc, Ca, Tm, Om).

Для перевірки результатів попереднього аналізу ми побудували графіки розподілу амплітуд достовірних значень ($x \pm \sigma$) провідних екофакторів залежно від кількості геоботанічних описів шести обраних синтаксонів (FIGURE 2). Як свідчить аналіз, при наявності від 5 до 10 описів амплітуди середніх значень збільшуються, а значення квадратичних відхилень ($x \pm \sigma$) для мінімальних та максимальних показників не перекриваються. При цьому саме на рівні 10 описів розмах амплітуд відхилень і середніх значень найширший. Тобто, на цьому етапі відбувається розширення масиву даних, збільшення їх різноманіття. Але при такій кількості описів вибірка не є репрезентативною. При вибірці 20 описів і вище амплітуда середніх показників груп звужується, а значення $x \pm \sigma$ наближаються до перекриття, що відображає певну стабілізацію позиції. В окремих випадках уже на рівні 20 описів значення амплітуд нижнього і верхнього відхилень співпадають чи навіть пересікаються (зокрема для *Carpinion* – Hd, Rc, Ca, для *Quercu-Pinion* – Tm, Ca, для *Festucion* – Tm, Ca, для *Stipion lessingiana* – Hd, Rc, Ca), для лучних *Cynosurion* – Hd, Ca, Tm, Om та *Calthion* – Hd, Tm, але для інших таке перекриття спостерігається на рівні 30 описів, коли наведені на графіках лінії пересікаються. При подальшому збільшенні кількості описів спостерігається звуження середніх значень показників, а значення $x \pm \sigma$ розширюються і настає момент, коли амплітуди як мінімальних, так і максимальних значень σ перевищують показники середніх значень. Як правило, у більшості випадків це відбувається на рівні аж 100 описів, але у окремих випадках може фіксуватися і раніше (для 40–50 описів). Оцінка репрезентативності здійснюється по максимальних відхиленнях.

Це означає, що достатня репрезентативність для союзу досягається на рівні 30–50 геоботанічних описів. Як показали наші дослідження, репрезентативність вибірки у значній мірі залежить і від розміру фітохоріону, з розширенням меж яких амплітуда умов існування союзу збільшується і тоді вибірку бажано збільшувати. Іншим методом оцінки репрезентативності вибірки є аналіз даних щодо зміни відношення показників σ (у %) до середнього значення (x для 100 геоботанічних описів), тобто вибірки високої репрезентативності ($V = \sigma/x * 100$). Як видно із побудованих графіків (FIGURE 3) при наявності 20 описів відбувається перегин кривої і в окремих випадках, тобто для деяких факторів вона наближається до горизонтального положення, але всі показники демонструють перехід до горизонтального положення при наявності понад 30, а при 40–50 описів крива є досить стабільною.

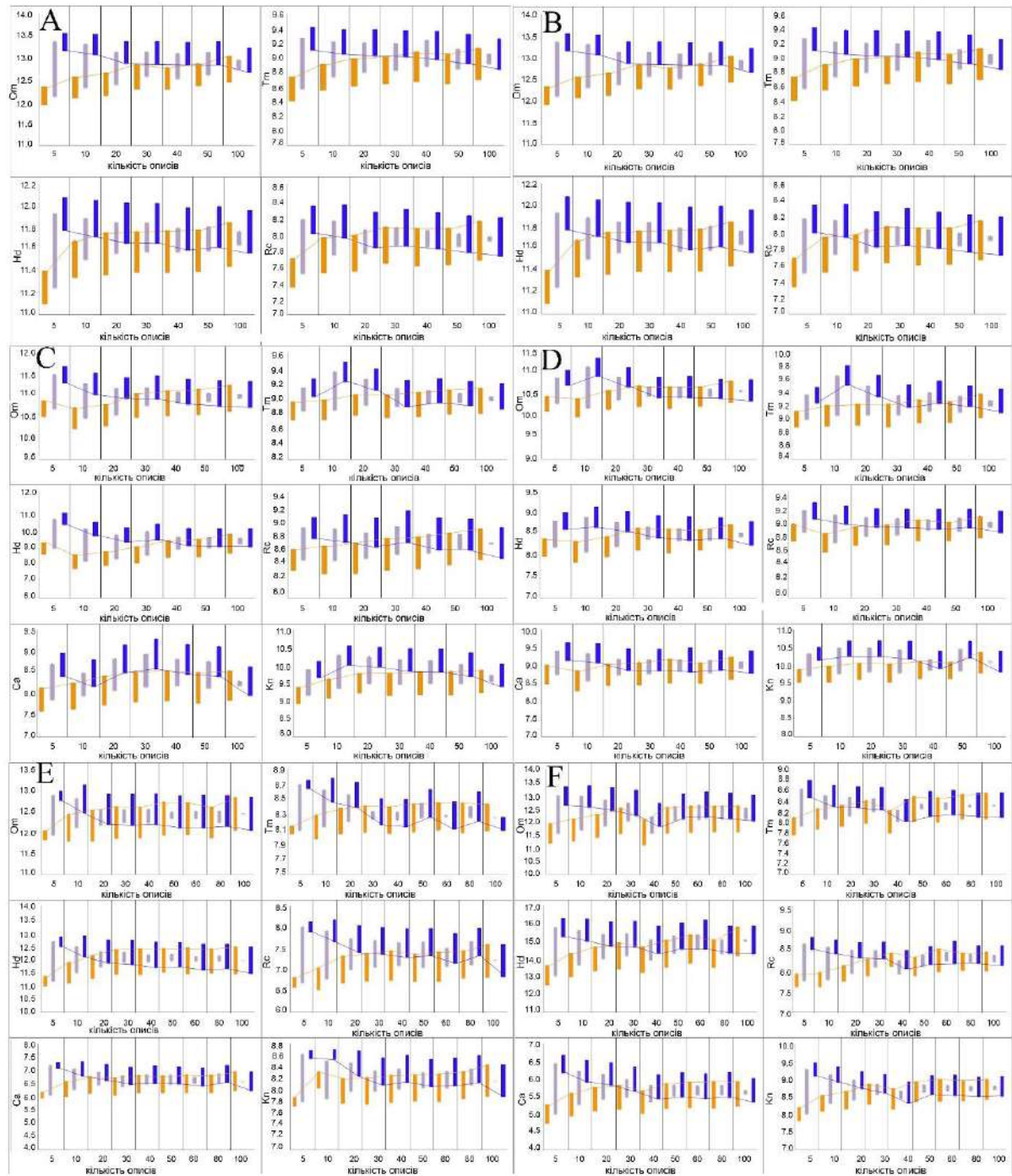


РИСУНОК 2. Залежність розміру амплітуд середніх значень екологічних факторів та квадратичних відхилень ($x \pm \sigma$) від кількості геоботанічних описів у межах союзів: А – *Carpinion*, В – *Quercu-Pinion*, С – *Festucion valesiacaе*, D – *Stipion lessingianaе*; Е – *Cynosurion*; F – *Calthion*; оранжевий колір – квадратичне відхилення для мінімальних показників ($x-2\sigma$) синтаксону; світло-фіолетовий – амплітуда середніх значень синтаксону; синій – квадратичне відхилення для максимальних показників ($x+2\sigma$) синтаксону.

FIGURE 2. The dependence of amplitudes size from the mean values of ecological factors and standard deviations ($x \pm \sigma$) on the number of relevés within the alliances: А – *Carpinion*, В – *Quercu-Pinion*, С – *Festucion valesiacaе*, D – *Stipion lessingianaе*; Е – *Cynosurion*; F – *Calthion*; orange boxes – quadratic deviation for the minimum indicators ($x-2\sigma$) of the syntaxon; light purple – amplitude of average syntaxon values; blue – quadratic deviation for the maximum indices ($x+2\sigma$) of the syntaxon.

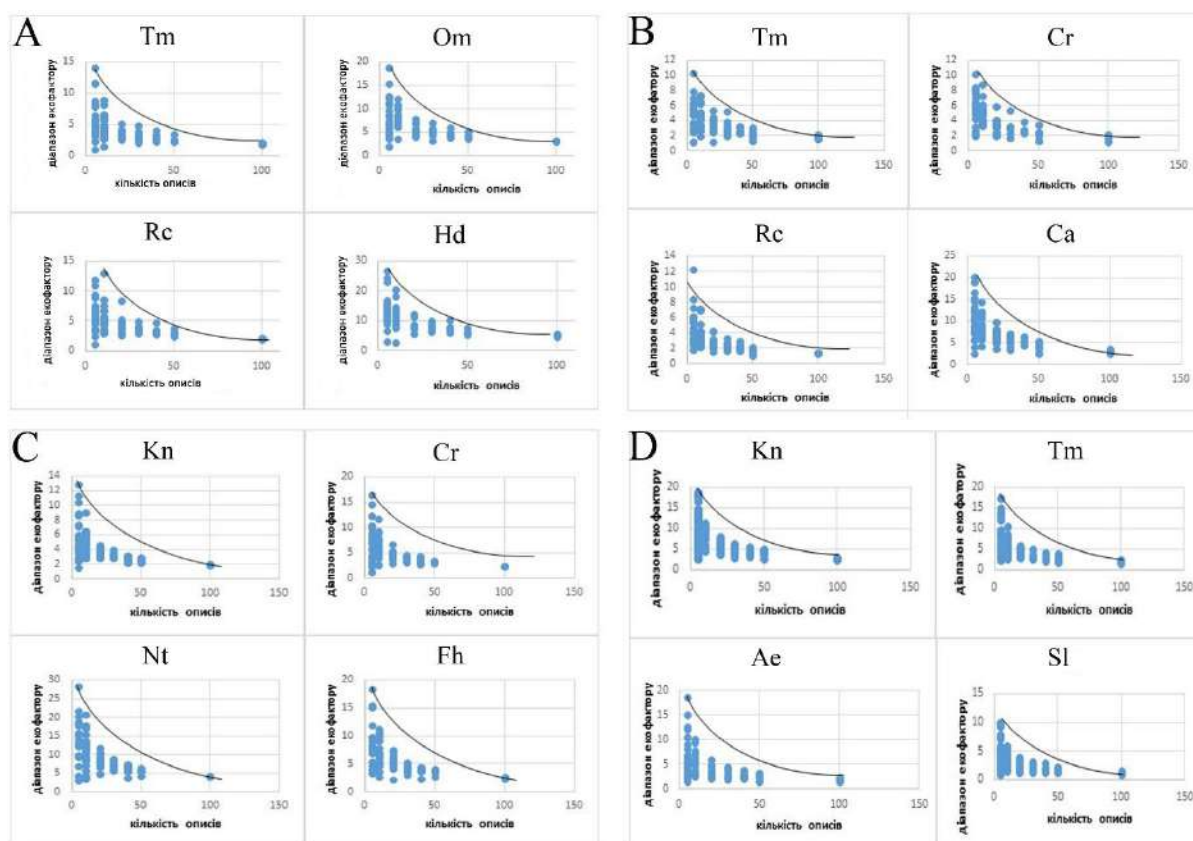


РИСУНОК 3. Розподіл показників $x \pm \sigma$ (вісь Y) відповідно кількості геоботанічних описів (вісь X) по відношенню до екофакторів: А – угруповання союзу *Festucion* (Tm, Om Rc, Hd); В – *Stipion* (Tm, Cr Rc, Ca); С – *Quercu-Pinion* (Kn, Cr Nt, Fh); D – *Carpinion* ((Kn, Tm, Ae, Sl); Е – *Calthion* (Hd, Sl, Ca, Ae, Tm, Om, Kn); F – *Cynosurion* (Rc, Ca, Om, Kn).

FIGURE 3. Distribution of $x \pm \sigma$ indicators (Y axis) according to the number of geobotanical relevés (X axis) in relation to ecological indicators: A – communities of alliance *Festucion* (Tm, Om Rc, Hd); B – *Stipion* (Tm, Cr Rc, Ca); C – *Quercu-Pinion* (Kn, Cr Nt, Fh); D – *Carpinion* ((Kn, Tm, Ae, Sl); E – *Calthion* (Hd, Sl, Ca, Ae, Tm, Om, Kn); F – *Cynosurion* (Rc, Ca, Om, Kn).

Отже, на основі застосування трьох різних методів аналізу даних ми довели, що мінімальною репрезентативною є вибірка на рівні союзів при наявності понад 30 геоботанічних описів із різних асоціацій; достатньою є вибірка 40 описів, а при їх збільшенні до 50 описів ступінь надійності є дуже високим.

Використання середніх значень для підвищення рівня достовірності результатів

Ординаційні методи можна розглядати як проекцію нелінійного розподілу ознак, характеристик на площину чи лінію, тобто певний різновид лінеаризації. Вони мають широке застосування в геоботаніці і є дуже різноманітними (Mirkin & Rozenberg 1968, Whittaker 1973, Patten 1975, Mirkin & Naumova 2017).

Одним із аспектів лінерелізації є маніпуляція із середніми показниками. Виходячи з того, що у природі немає чітких меж, а розподіл рослинних угруповань має континуальний характер, то отримані на основі фітоіндикації екологічні показники та ступінь кореляції між факторами часто мають розмитий характер. Побудова відповідних графіків (FIGURE 4) і розрахунок достовірності апроксимації (R^2) свідчить про ступінь

(силу) корелятивних зв'язків. Максимальний ступінь = 1, високий – >0.5 а якщо $R^2 < 0,5$ то корелятивний зв'язок слабкий і надійність результатів не висока. Думка про те, що чим більше даних, тим надійніші результати не завжди вірна. Коли для аналізу береться велика гетерогенна вибірка з метою досягти вищої репрезентативності, то в таку вибірку попадають і випадкові чи перехідні описи. При цьому, як вказували О. О. Любищев (Lyubyschiv 1923) та Е. Майр (Mayr 1974), за рахунок високого "шуму" ми можемо отримати нульовий ефект. Однак, існують способи, що дозволяють підсилити кореляційні зв'язки. Одним зі способів уникнення цього є класичне відкидання заповоргових значень (викидів), що відбувається на основі показників допустимих відхилень (сигми). Однак, суттєве покращення результатів можна отримати тоді, коли ми поетапно використовуємо середні значення. Цей підхід можна розглядати як спосіб переведення нелінійної форми зображення до лінійного типу.

Як видно із отриманих даних, такий підхід проявляється не лише у візуальному аспекті зображень; при цьому величина достовірності апроксимації R^2 суттєво підвищилася від 0,4–0,6 до 0,9–0,95, а і наближається до максимально можливого.

Особливо актуальною ця проблема є тоді, коли необхідно здійснити порівняльний аналіз значної кількості різнорідних об'єктів (синтаксонів). Зокрема, мова йде про порівняльний аналіз синтаксономічного складу на ландшафтному чи регіональному рівні, тобто оцінку β , γ -ценорізноманітності.

У наших дослідженнях ми поетапно переходили від середніх значень союзів (тобто синтаксонів) до оцінки корелятивних залежностей їх розподілу у межах мезокомбінацій (висотних поясів) і макрокомбінацій (макросхилів), що відображає закономірності змін ландшафтного рівня тобто β -ценорізноманіття, а також до порівняння за показниками середніх значень регіонів, тобто оцінки γ -ценорізноманіття. Прикладом останнього аналізу є оцінка закономірностей розподілу угруповань зонального характеру, зокрема співставлення екологічних показників певних регіонів від північного заходу України (Шацький Національний природний парк), гірських масивів Карпат до субсередземноморських регіонів Гірського Криму. Для аналізу оцінки закономірностей розподілу угруповань зонального характеру, (співставлення екологічних показників певних регіонів) бралися середні показники всіх типів біотопів, що формуються на автогенних та літогенних ґрунтах (субстратах) за виключенням гідрогенних, оскільки вони фактично однакові для всіх регіонів і суттєво зміщують едафічні та кліматичні показники від зонального типу, тобто, створюють певний "шум". Розраховані показники можна трактувати як фонові, або релевантні для даного регіону і робити відповідний порівняльний аналіз. З метою оцінки змін релевантних показників регіонального набору синтаксонів та показників за окремими факторами у зональному аспекті бальні показники були переведені у відсотки.

Як видно з графіків (FIGURE 5), всі шкали вкладаються у діапазон 30–70%, а найвищі значення мають R_c та C_a , що характеризуються при цьому і найвищим градієнтом змін. Кліматичні фактори мають вищу варіабельність і знаходяться біля оптимальних значень шкали 40–65%, що свідчить про оптимальні умови розташування України в зональному аспекті. При цьому досить чітко проявляються закономірності зонально-географічної зміни показників фонових факторів. Так із північного заходу і високогір'я Карпат до субсередземномор'я Гірського Криму спостерігається підвищення показників термо-, кріоклімату, рН ґрунту, вмісту карбонатів, аерації, натомість зниження омброклімату та вологості.

Такі фактори як континентальність клімату та сольовий режим мають найвищі показники у степовій зоні (р. Красна), а у Гірському Криму знижуються. Хоча така ж тенденція характерна і для вмісту сполук азоту у ґрунтах, але їх максимум припадає на південь лісостепової зони (типові чорноземи).

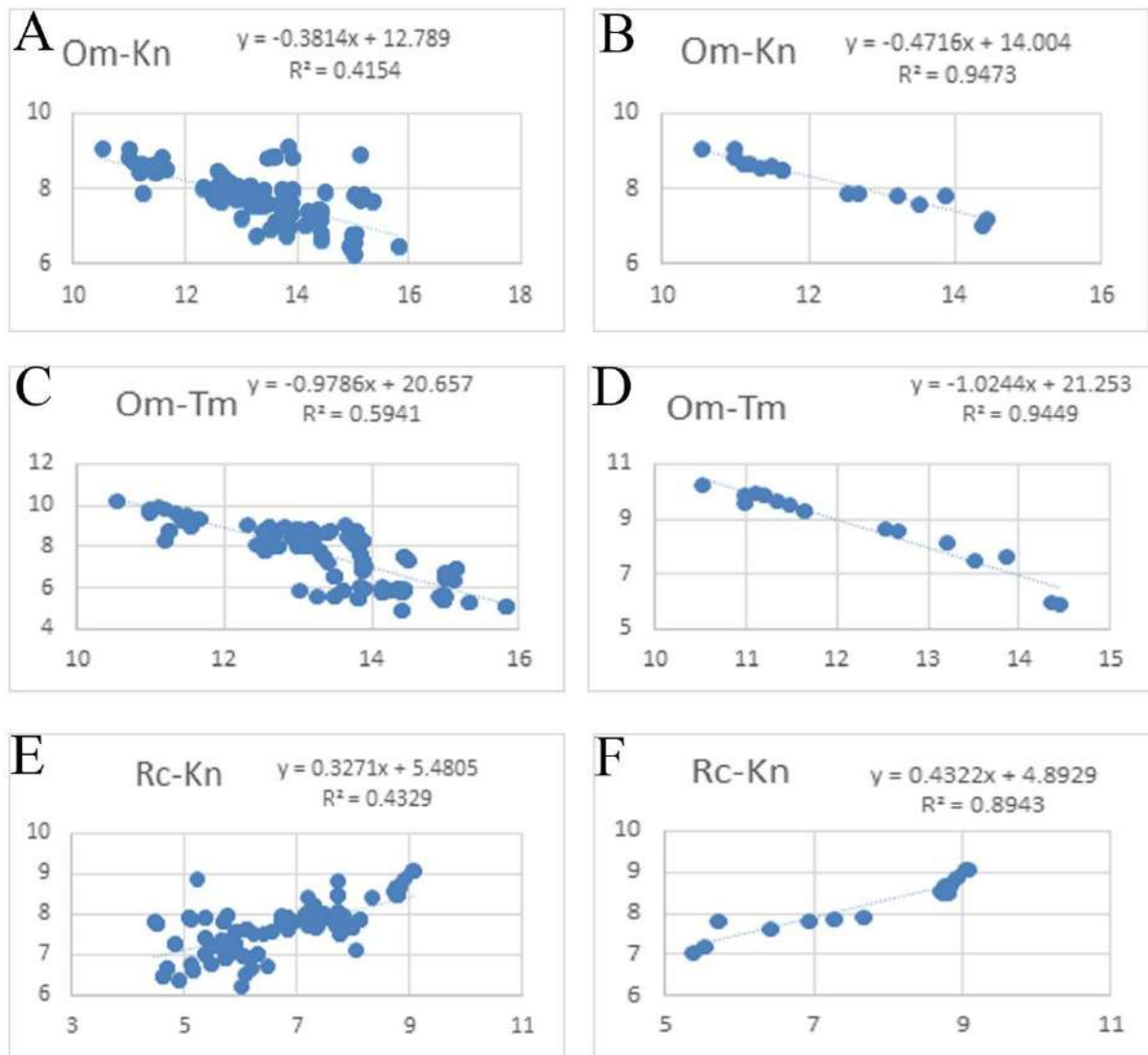


РИСУНОК 4. Приклади посилення ефекту лінеаризації між відповідними екологічними показниками на основі заміни повної вибірки угруповань Степової зони (A, C, E) на середні значення (B, D, F).

FIGURE 4. Correlations between ecological indicator values calculated for the full sample of alliances of groups of the Steppe zone (A, C, E) and their average values (B, D, F).

Оцінка корелятивних залежностей між показниками та проблема їх обмеження

Одним із аспектів використання лінеаризаційного підходу є пошуки обмежень між показниками екофакторів, коли кореляційні зв'язки не лише послаблюються, а кардинально змінюються, що потребує визначення меж, що визначають зміни. З позицій лінеаризації можна аналізувати складний характер кореляційних зв'язків між показниками екофакторів у трьохмірному просторі, проєкція яких на площину має вигляд кривих, що описуються за допомогою математичних формул. На прикладі графічного розподілу показників різних факторів типових рослинних угруповань всіх висотних поясів для гірських масивів Татр, Українських Карпат та Гірського Криму добре видно, що такі якісні зміни залежать від географічного положення даної гірської системи відносно географічних координат (Didukh et al. 2018, fig. 9.6), що зумовлено впливом глобальніших екофакторів.

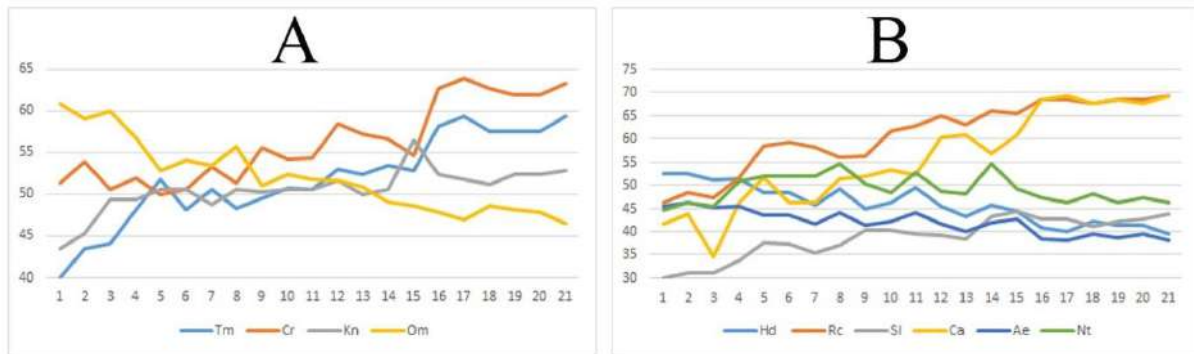


РИСУНОК 5. Фонові показники (у %) кліматичних (А) та едафічних (В) факторів для масивів геоботанічних даних з різних регіонів України: 1 – Карпати (високогір'я); 2 – Карпати-макросхил; 3 – Шацьк; 4 – Овруцько-Словечанський кряж [Khom'yak, 2010]; 5 – Київське лесове плато; 6 – Сумський округ [Honcharenko, 2003]; 7 – Черкасько-Чигиринський; 8 – Центральноподільський округ; 9 – Дністровський Каньйон; 10 – Кодринський. 11 – Басейн р. Красна. 12 – Гірський Крим. 13 – Севастопольський; 14 – Бахчисарайсько-Ялтинський; 15 – Сімферопольсько-Алуштинський. 16 – Білогірсько-Привітнівський. 17 – Судаксько-Феодосійський геоботанічні райони.

FIGURE 5. Background climatic and edaphic ecological indicator values (in %) for datasets of vegetation data from different regions of Ukraine: 1 – Carpathians (high mountains); 2 – Carpathians (macroslope); 3 – Shatsky National Park; 4 – Slovechne-Ovruch ridge [Khom'yak, 2010]; 5 – Kyiv forest plateau; 6 – Sumy District [Honcharenko, 2003]; 7 – Cherkasy-Chigyrin District; 8 – Central Podollia District; 9 – Dniester Canyon; 10 – Kodryna District; 11 – Krasna River basin; 12 – Mountain Crimea; 13 – Sevastopol District; 14 – Bakhchisarai-Yalta District; 15 – Simferopol-Alushta District; 16 – Bilohirsk-Pryvitne District; 17 – Sudak-Feodosia District.

Зокрема, на графічних зображеннях добре видно перегини, які можна трактувати як точки біфуркації, критичні межі певних показників, поза якими відбуваються якісні зміни і шукати підходи, розробляти методи щодо їх прогнозування. В математичній науці це знаходить відображення у моделях градієнтного спуску (Avriel 2003, Snyman 2005), однак в екології такі закономірності ще не стали предметом глибокого аналізу, але є перспективними для майбутніх досліджень. На даному етапі важливо підкреслити сам факт таких кардинальних змін, що свідчить про необхідність встановлення тих меж, поза якими кореляційна залежність втрачається.

З позицій лінеаризації можна розглядати і графічні моделі DCA-аналізу (Hill & Gauch 1980). Для порівняльного аналізу двомірних кореляційних залежностей між зміною показників різних факторів із 66 можливих комбінацій нами було відібрано варіанти, що мають лінійну залежність або складніший нелінійний характер з квадратичними рівняннями. Для цього аналізу використано вибірки даних синтаксономічного складу рослинності України, синтаксономічного розподілу видів, занесених до "Червоної книги України", зокрема, Карпат, розподілу синтаксонів степової зони, Гірського Криму, степів Криму, описів за участі видів роду *Pinus*, що охоплюють всі регіони України, Дністровського каньйону, гірських угруповань Карпат та Криму. Ця вибірка охоплювала різноманітні варіанти поєднань як синтаксономічного, так і ландшафтно-географічного характеру.

З цією метою ми провели порівняльний аналіз двомірних кореляційних залежностей між зміною показників різних факторів.

У Додатку наведено формули, які відображають математичну залежність між показниками різних факторів, отриманими на основі обробки різних масивів даних. Математична оцінка залежностей між зміною показників екофакторів виражається у вигляді формул лінійного або іншого типу. У залежності від обраних об'єктів порівняння ці формули мають різні коефіцієнти. У класичній математиці є методи оцінки подібності-відмінності між показниками, коли показникам X та Y присвоюються відповідні значення 0.

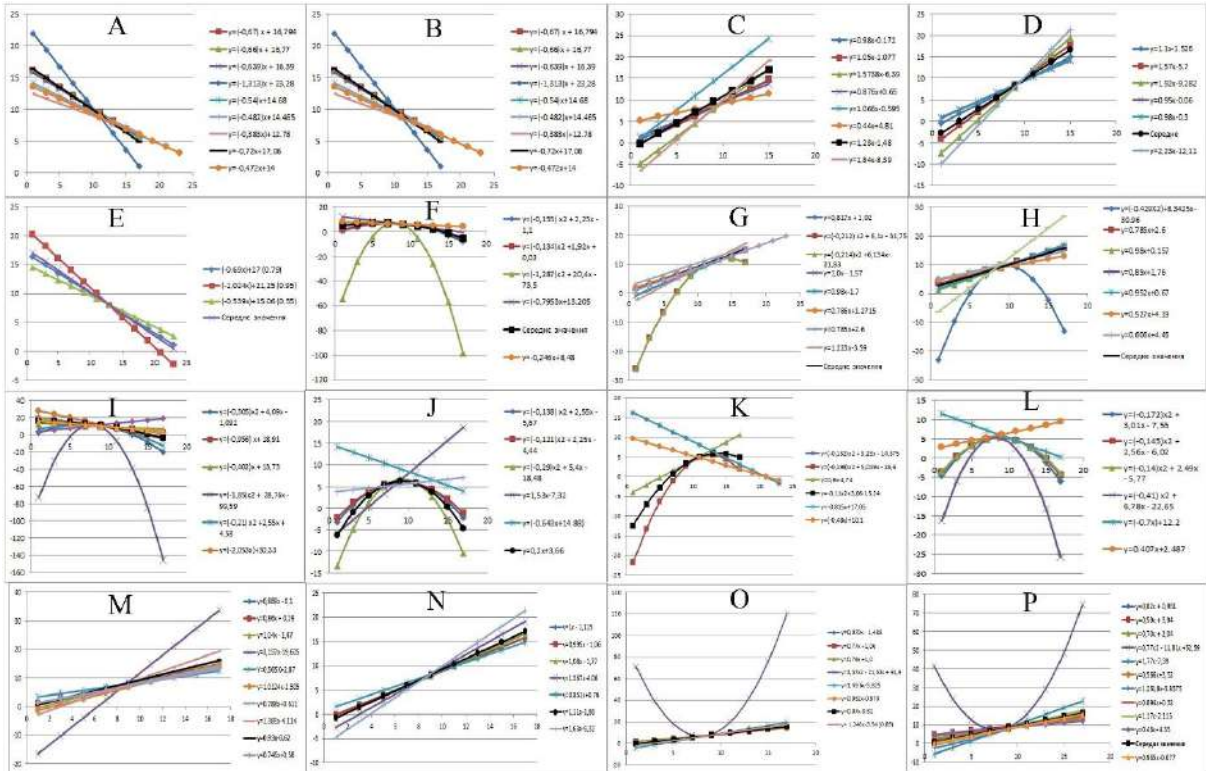


РИСУНОК 6. Графічне зображення залежностей між показниками екофакторів, розрахованими на основі вибірки різних типів біотопів та рослинних угруповань (див. табл. 2): А: – Om-Kn; В – Sl-Ca; С – Cr-Rc; D – Cr-Ca; E – Om-Tm; F – Tm-Ae; G – Om-Hd; H – Kn-Tm; I – Tm-Hd; J – Tm-Fh; K – Om-Nt; L – Tm-Nt; M – Tm-Sl; N – Kn-Sl; O – Tm-Ca; P – Tm-Rc. Формули, позначені кольоровими лініями наведені у таблиці 2.

FIGURE 6. Graphic representation of dependencies between ecological indicators calculated on the basis of a different types of biotopes and plant communities sample (see Table 2): A: – Om-Kn; B – Sl-Ca; C – Cr-Rc; D – Cr-Ca; E – Om-Tm; F – Tm-Ae; G – Om-Hd; H – Kn-Tm; I – Tm-Hd; J – Tm-Fh; K – Om-Nt; L – Tm-Nt; M – Tm-Sl; N – Kn-Sl; O – Tm-Ca; P – Tm-Rc. Formulas marked with colored lines are given in the table 2.

Однак, у наших випадках оцінки екологічних умов мова йде лише про певний діапазон екологічних показників, що починаються не від нуля, а мають певні обмеження, за якими у природі екосистеми взагалі існувати не можуть, тому ми повинні їх відкидати, тобто, аналізувати вибірку даних в реально існуючих умовах.

На основі розрахунків були відібрані формули, у яких достовірність апроксимації R² вище 0,3 і побудовані відповідні графіки (FIGURE 6). Отримані зображення у цілому свідчать про високу схожість даних, у першу чергу, в зонах оптимуму. Проте, в окремих випадках, на крайніх позиціях дані мають суттєві відхилення. Детальніший аналіз цих показників показує, що в одних випадках існує чітка лінійна залежність (Tm-Sl, Om-Kn, Kn-Sl, Sl-Ca, Cr-Rc, Cr-Ca, Nt-Ae, Om-Tm), в інших – спостерігаються окремі випадки нелінійних залежностей (Tm-Ca, Tm-Rc, Tm-Ae, Om-Hd, Kn-Tm, Tm-Hd), а їх формули складніші і включають квадратичні члени. Оскільки теоретичні розрахунки математичним шляхом мають обмеження, коли кореляційні криві відхиляються настільки, що їх крайні значення виходять за рамки шкал, то такі відхилення повинні відкидатися. Цікавим є третій варіант (залежності між Tm-Fh, Om-Sl, Tm-Nt), коли отримуються лінійні графіки протилежного спрямування. Детальніший аналіз і порівняння їх із гіперболічними графіками свідчить про необхідність обмеження (лімітуючих значень), в одних випадках мінімальними, в інших – максимальними показниками, де ці графіки співпадають з іншими, а за межами цих значень вони "не

працюють" і повинні відкидатися. В першу чергу, це стосується тих випадків, коли показники осі Y мають від'ємне значення, що виходить за межі реальних шкал.

ВИСНОВКИ

З метою підвищення надійності результатів для моделювання, прогнозування можливих змін нелінійного розвитку фітоценозів, складності їх взаємозв'язку та зворотної відповіді на дію зовнішніх факторів ефективним є використання методів лінеаризації – спрощення нелінійних відношень до лінійних форм. Пропонується перевірка результатів із застосуванням різних методів розрахунків або оцінки іншої, достатньо репрезентативної вибірки даних. На основі таких підходів встановлено, що для синфітоіндикаційного аналізу оцінки екологічних умов репрезентативною є вибірка на рівні союзів не менше 30 геоботанічних описів із різних асоціацій, а при їх збільшенні до 50 описів ступінь надійності є високим. Одним із прикладів лінеаризації є використання показників середніх значень, що є ефективним способом підсилення кореляційних зв'язків, особливо при аналізі великих і гетерогенних вибірок геоботанічних описів на ландшафтному чи регіональному рівні.

Оцінка результатів ДСА-аналізу з позицій лінеаризації передбачає переміщення акцентів на такі двомірні кореляційні залежності, що мають лінійну функцію. Аналіз графічного зображення кореляційних зв'язків ілюструє наявність лімітуючих меж показників, точок біфуркації, поза якими результати можуть мати спотворений вигляд, що важливо враховувати при розробці відповідних прогностичних моделей. Наведені приклади свідчать про перспективність лінеаризаційного підходу в геоботанічних дослідженнях.

ПОДЯКИ

Автори висловлюють щирі подяки колегам Чорнею І.І., Буджаку В.В., Токарюк А.І., Гайовій Ю.Ю., Фіцайло Т.В., Коломійчуку В.П., Вакаренко Л.П., Хом'яку І.В., Гончаренко І.В., геоботанічні описи яких були використані для аналізу, а також К. Соколовій за допомогу у підготовці ілюстративного матеріалу.

REFERENCES

- Avriel, M. (2003). *Nonlinear Programming: Analysis and Methods*. Dover Publishing, 544 p.
- Boothby, W. (1984). Some comments on global linearization of nonlinear systems. *Systems & Control Letters*, 4(3): 143–147.
- Brockett, R.W. (1978). Feedback invariants for nonlinear systems. *IFAC Proceedings Volumes* 11(1): 1115–1120.
- Cheng, D., Hu, X. & Shen, T. (2010). Linearization of Nonlinear Systems. In: *Analysis and Design of Nonlinear Control Systems*. Springer, Berlin, Heidelberg: 279–313. https://doi.org/10.1007/978-3-642-11550-9_10
- Dengler J., Hüllbusch E., Biță-Nicolae C., Chytrý M., Didukh Y.P., Diekmann M., Dierschke H., Englisch T., Ermakov N., Feldhaar H., Fosaa A.M., Frank D., Gillet F., Guarino R., Hennekens S. M., Hill M.O., Sven D.J., Jíménez-Alfaro B., Julve Ph., Kaçki Z., Karrer G., Nobis M.-P., Ozinga Wim A., Pignatti S., Raus T., Rezníčková M., Ruprecht E., Šilc U., Steinbauer M. J., Theurillat J.-P., Tichý L. & Jansen F. (2016). Ecological Indicator values of Europe (EIVE) 1.0: a powerful open-access tool for vegetation scientists. In: *Oral presentation and abstract of the 25th European Vegetation Survey Meeting 6-9 April 2016 in Rome, IT*.
- Didukh, Ya.P. & Plyuta, P.H. (1994). *The phytointication of ecological factors*. Kyiv: Naukova Dumka, 280 p. (in Ukrainian)
- Didukh, Y.P. (2011). *The ecological scales for the species of Ukrainian flora and their use in synphytoindication*. Kyiv: Phytosociocentre, 176 p. (in Ukrainian)
- Didukh, Ya.P. (2012). *Fundamentals of Bioindication*. Kyiv: Naukova Dumka, 344 p. (in Ukrainian)
- Didukh, Y., Kontar, I. & Boratynski, A. (2018). Phytointicating Comparison of Vegetation of the Polish Tatras, the Ukrainian Carpathians, and the Mountain Crimea. *Springer, Geobotany Studies*: 185–210. https://doi.org/10.1007/978-3-319-68738-4_9

- Didukh, Ya.P. (2021). Climate Change Assessment Based on Synphytoindication Method. In: Lackner M., Sajjadi B., Chen W.Y. (eds). Handbook of Climate Change Mitigation and Adaptation. New York: Springer: 1–56. https://doi.org/10.1007/978-1-4614-6431-0_137-1
- Dwyer, R.L. & Perez, K.T. (1983). An experimental examination of ecosystem linearization. *The American Naturalist*: **121**(3): 305–323. <http://www.jstor.org/stable/2461152>
- Elith, J. & Leathwick, J.R. (2009). Species Distribution Models: Ecological Explanation and Prediction Across Space and Time. *Annual Review of Ecology, Evolution, and Systematics* 40(1): 677–697. <https://doi.org/10.1146/annurev.ecolsys.110308.120159>. ISSN 1543-592X
- Fitsailo, T.V., Pashkevich, N.A., Mala, Y.I. & Didukh, Y.P. (2012). Ecological Differentiation of Biotopes of Shatsky NNP. *Pryroda Zakhidnoho Polissya ta prylehlykh terytoriy: zb. nauk. pr. Volyn. nats. un-t im. Lesi Ukrainky*. Redkol.: F.V. Zuzuk ta in. Lutsk **9**: 276–283. (in Ukrainian)
- Hayova, Yu.Yu. (2005). The ecologic and coenotical specifics of the forests of the Cherkasko-Chihyrnysky geobotany district. *Ukrainian Botanical Journal* **6**(1): 29–39. (in Ukrainian)
- Hill, M.O. & Gauch, H.G. (1980). Detrended correspondence analysis. an improved ordination technique. *Vegetatio* **42**: 47–58.
- Honcharenko, I.V. (2003). Vegetation of Pidlisnivskiy reserve (Sumy region) and its phytoindicational analysis. *Ukrainskyi fitotsenotychnyi zbirnyk. Seriya S. Fitoekolohiya* **1**(20): 98–102. (in Ukrainian)
- Honcharenko, I.V. (2017). Phytoindication of anthropogenic factor. Ed. I.V. Honcharenko. Dnipro: Serednyak T.K., 127 s. (in Ukrainian)
- Iemelianova, S.M. & Kuzemko A.A. (2016). National phytosociological database of Ukraine (UKRVEG): the relevance of creation and problems of development. *Classification of vegetation and habitats of Ukraine as a scientific basis for biodiversity conservation: the Second Ukrainian Scientific-theoretical Conference proceedings* (Kyiv, 14–15th of March, 2016). Kyiv, 2017: 24–37. (in Ukrainian)
- Isidori, A. (1989). Nonlinear Control Systems: An Introduction, 2nd ed., Springer, Berlin, 519 p.
- Nijmeijer H. & van der Shaft, A.J. (1990). Nonlinear Dynamical Control Systems, Springer, Berlin, 467 p.
- Krener, A.J. (1973). On the equivalence of control systems and the linearization of nonlinear systems. *SIAM Journal on Control* **11**: 670–676.
- Khomyak, I.V. (2010). Classification and anthropogenic transformation of Slovechansko-Ovruchsky ridge ecosystems. Cand. Sci. Abstract. Kyiv, Instytut ahroekolohii UAAN, 20 p. (in Ukrainian)
- Liubishchiev, O. (1923). *Izvestiya biologicheskogo NII pri Permskom universitete* **2**(3): 99–110.
- Mayr, E. (1974). *Populations, species and evolution*. Cambridge: Harvard Univ. Press, 453 p.
- Mirkin, B.M., Rozenberg, G.S. (1978). *Fytotsenolohyya: Pryntsypy y metody*. Eds. B.M. Mirkin, G.S. Rozenberg. Moskva, Nauka, 212 p.
- Mirkin, B.M., Naumova, L.H. (2017). *Vvedenye v sovremennuyu nauku o rastytelnosti*. Moskva: HEOS, 280 pp. (in russian)
- Mucina, L., Bültmann, H., Dierßen, K., Theurillat, J.-P., Raus, T., Čarni, A., Šumberová, K., Willner, W., Dengler, J., Gavilán García, R., Chytrý, M., Hájek, M., Di Pietro, R., Iakushenko, D., Pallas, J., Daniëls, F.J.A., Bergmeier, E., Santos Guerra, A., Ermakov, N., Valachovič, M., Schaminée, J.H.J., Lysenko, T., Didukh, Y.P., Pignatti, S., Rodwell, J.S., Capelo, J., Weber, H.E., Solomeshch, A., Dimopoulos, P., Aguiar, C., Hennekens, S.M., Tichý, L. (2016). Vegetation of Europe: hierarchical floristic classification system of vascular plant, bryophyte, lichen, and algal communities. *Applied Vegetation Science* **19**(1): 1–783. <https://doi.org/10.1111/avsc.12257>
- Patten, B.C. (1975). Ecosystem linearization: an evolutionary design problem. *The American Naturalist* **109**(969): 529–539.
- Respondek, W. (2002). Introduction to geometric nonlinear control; linearization, observability and decoupling. Ed. A. Agrachev. *Mathematical Control Theory* **1**, 169 – 222.
- Rokytskyi, P.F. (1973). *Byolohycheskaya statystyka*. Moskva, Vysshaya shkola, Yzd. 3-e. 320 s.
- Snyman, J.A. (2005). Practical Mathematical Optimization: An Introduction to Basic Optimization Theory and Classical and New Gradient-Based Algorithms. Springer Publishing. New York, 257 p. ISBN 0-387-24348-8
- Theurillat, J.-P., Willner, W., Fernández-González F., Bültman H., Čarni A., Gigante D., Mucina L. & Weber H. (2020). International Code of Phytosociological Nomenclature. 4th edition. *Applied Vegetation Science*. <https://doi.org/10.1111/avsc.12491>
- Tsyganov, D.N. (1983). *Fitoindikatsiya ekologicheskikh rezhimov v podzone khvoino-shirokolistvennykh lesov*. Moskva, Nauka. 196 p.

- Westphal, L.C. (2001). Linearization methods for nonlinear systems. In: Handbook of Control Systems Engineering. Springer Science+Business Media, New York, 745–806 p.
- Whittaker, R.H. (1967). Gradient analysis of vegetation. *Biological Reviews* 49: 207–264.
- Whittaker, R.H. (ed). (1975). *Handbook of vegetation science. Pt. 5. Ordination and classification of vegetation*. Hague: Dr. W. Junk B.V., 737 s.

РЕЗЮМЕ

Дідух Я.П., Вашеняк Ю.А., Розенбліт Ю.В., Чусова О.О., Куземко А.А. (2023). Методичні аспекти лінійного аналізу нелінійної структури рослинного покриву. *Чорноморський ботанічний журнал* 19(2): 169–186. doi: 10.32999/ksu1990-553X/2023-19-2-2

Одним із ефективних підходів до оцінки нелінійної структури, поведінки, моделювання, прогнозування розвитку фітоценозів на основі сучасних математичних підходів і методів є лінеаризація, коли складні нелінійні відношення спрощуються до лінійних форм певного типу. У методичному відношенні лінійність можна трактувати як проєкцію нелінійної структури із багатомірного простору на площини, на яких лінії мають певну форму, довжину та спрямованість, тобто векторизованість. При цьому виникають проблеми щодо адекватності відображення результатів і не спотворення суті, що вимагає перевірки результатів різним способом розрахунків та різної репрезентативності даних, а також пошуку лімітуючих меж. У роботі наводяться приклади лінеаризації з різних областей фітоценології. Оцінка репрезентативності вибірки геоботанічних описів союзів для фітоіндикаційної оцінки різними способами розрахунків показала, що при кількості 30 із різних асоціацій дає надійні результати, а 50 – надійність є високою. Поетапна маніпуляція із середніми значеннями, при порівняльному аналізі синтаксономічного складу на ландшафтному чи регіональному рівні, тобто оцінці β , γ -ценорізноманітності підвищує рівень достовірності апроксимації та полегшує візуалізацію отриманих результатів. На прикладах аналізу складного характеру кореляційних зв'язків між показниками екофакторів показано, що в окремих випадках поза критичними межами, точками біфуркації відбуваються якісні зміни, що свідчить про необхідність врахування лімітуючих значень при розробці прогностичних моделей. Зроблено висновок, що достовірність результатів, отриманих лише одним способом, не є достатньо надійною, а потребує перевірки іншим методом розрахунків або оцінки іншої вибірки даних. Наведені приклади свідчать про перспективність лінеаризаційного підходу в геоботанічних дослідженнях.

Ключові слова: лінеаризація, методика, ординація, рослинність, репрезентативність вибірки, середні значення, синтаксони, синфітоіндикація.

ДОДАТОК. Математична залежність між показниками екофакторів, отримана на основі порівняльного аналізу одиниць різної синтаксономічної та географічної належності (пояснення у тексті)

APPENDIX. Mathematical dependence between ecological indicators obtained based on a comparative analysis of units with different syntaxonomic and geographical affiliation (explanation in the text)

	y	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Tm	Om	$-0.847x+19.6;$ (0.60)	$-1.18x+22.35$ (0.82)	$-1.37 \times 24.08;$ (0.94)	$-1.436x+24.05;$ (0.54)	$-1.0x+21.04;$ (0.4)	$-0.9644x+20.993;$ (0.67)	$1.251x+0.459$	$-1.0664x+20.844;$ (0.56)	$-0.922x+20.274;$ (0.94)
Tm	Cr	$0.463x+4.535;$ (0.68)	$0.37x+5.284;$ (0.53)	$0.231x+6.44;$ (0.52)	$0.623x+2.656;$ (0.52)	$0.58x+2.77;$ (0.67)	$0.6582x+2.7674;$ (0.83)	$1.2059x-2.297;$ (0.61)	$0.481x+4.0887;$ (0.54)	$0.544x+3.99;$ (0.98)
Tm	Kn	$0.35x+5.25;$ (0.29)	$0.662x+2.96;$ (0.46)	$0.878x+0.99;$ (0.87)	$0.802x-2.1;$ (0.19)	$0.487x+3.88;$ (0.17)	0	$0.931x+0.225;$ (0.88)	$0.57x+3.926;$ (0.30)	$0.474x+4.08;$ (0.91)
Tm	Hd	$-0.305x^2 + 4.09x -$ $1.092;$ (0.35)	$-0.956 x+18.91;$ (0.28) $-0.21 x^2 +2.55x+4.58;$ (0.31)	$-1.85x^2+28.76x-$ $99.59;$ (0.67)	$-2.053x+30.33;$ (0.08)	$-1.16x+21.19;$ (0.18)	$-1.0856x+20.385;$ (0.6)	$0.928x+3.34;$ (0.34)		$-0.715x+16.94;$ (0.65)
Tm	Nt	$-0.172x^2 +3.01x -$ $7.55;$ (0.3)	$-0.145x^2 + 2.56x-6.02;$ (0.16)	$-0.41x^2+6.78x-22.65;$ (0.26)		$-0.7x+12.2;$ (0.18)	$0.407x+2.487;$ (0.42) $-0.1293x^2+2.535x-$ $7.36;$ (0.48)			
Tm	Ca	$0.979x-1.488;$ (0.59)	$0.77x +1.06;$ (0.38)	$1.37x^2-21.62x+91.9;$ (0.70)			$1.49.6x-5.825;$ (0.86)		$0.932x-0.979;$ (0.34)	$1.246x-3.54;$ (0.85)
Tm	Rc		$0.82x + 0.961;$ (0.63)	$0.70x+2.04;$ (0.54). $0.77x^2-11.81x+52.59;$ (0.81)	$1.77x-7.39;$ (0.47)	$0.46x+4.35;$ (0.46)	$1.2618x-3.8375;$ (0.89)	$0.894x+0.32;$ (0.94)	$1.17x-2.115;$ (0.61)	$0.965x-0.677;$ (0.92)
Tm	Sl		$0.889x-0.1;$ (0.50)	$1.04x-1.47;$ (0.82)	$3.137x-19.605;$ (0.45)		$1.0124x-2.305;$ (0.88)	$0.788x+0.612$	$1.385x-4.114;$ (0.38)	$0.746x+0.58;$ (0.92)
Tm	Fh		$-0.138x^2 + 2.55x-5.67;$ (0.18)	$-0.29x^2+5.4x-18.48;$ (0.69)	$1.53x-7.32;$ (0.27)				$0.135x^2-$ $0.846x+4.9;$ (0.4)	$0.2x+3.66;$ (0.54)
Tm	Ae		$-0.155x^2 + 2.23x-1.1;$ (0.13)	$-1.287x^2+20.4x -$ $73.5;$ (0.45)			$-0.7953x+13.205;$ (0.51) $0.1936x^2-$ $3.979x+26.094;$ (0.55)			$-0.246x+8.48$ (0.34)
Tm	Lc		$0.056x^2-0.9x + 10.7;$ (0.01)	$0.34x^2 -5.36x+28.27;$ (0.33)	$0.84x-0.188;$ (0.36)					
Om	Kn	$-1.313x+23.28;$ (0.66)	$(-0.67) x+16.794;$ (0.79)	$(-0.639)x+16.39;$ (0.90)		$-0.54x+14.68;$ (0.48)		$-0.383x+12.78;$ (0.53)	$-0.482x+14.465;$ (0.44)	$-0.472x+14;$ (0.95)
Om	Hd	$0.817x+1.02;$ (0.43)	$-0.212x^2 +6.1x-31.75;$ (0.45)	$1.0x-1.57;$ (0.43)		$1.223x-3.59;$ (0.34)	$0.786x+1.2715;$ (0.44)	$0.785x+2.6;$ (0.45)	0	$0.849x+0.32;$ (0.83)
Om	Fh		$0.876x+6;$ (0.4)	$-0.73x^2+19.72x-$ $120.64;$ (0.60)		$1.63x-8.51;$ (0.77)		$-0.648x+13.63;$ (0.57)		$-0.679x+14.4$ (0.94) $-0.242x)+8.$
Om	Nt		$-0.132x^2 +3.23x-$ $14.375;$ (0.16)	$-0.198x^2+5.039x-$ $26.6;$ (0.2)		$0.9x-4.74;$ (0.68)				

Kn	Nt				-0.48x+10.1; (0.19)					
Kn	Sl		1x-1.115; (0.60)	1.08x-1.77; (0.79)	1.13x-1.28; (0.2)	0.831x+0.76; (0.59)			1.367x-4.06; (0.4)	1.63x-6.32; (0.93)
Om	Sl		$0.138x^2 - 4.22x + 38.214$; (0.75)	-0.782x+17.15; (0.91)	-1.87x+29.6; (0.61). $0.547x^2 - 13.71x + 93.19$; (0.68)	-0.674x+15.37; (0.63)	-0.7643x+15.94; (0.70)	-0.643x+14.88; (0.74)	-1.231x+22.18; (0.61)	-0.815x+17.05; (0.99)
Om	Rc		-0.7033x+16.6; (0.71)		-1.05x+20.29; (0.63). $0.334x^2 - 8.27x + 59.07$; (0.71)	-0.353x+12.71; (0.58)	-0.9617x+19.019; (0.71)	0.349x+5.17; (0.28)	-0.882x+18.328; (0.7)	-1.04x+20.47; (0.97)
Om	Ca		-0.634x+15.44; (0.39)				-1.18x+21.807; (0.74)		-0.549x+13.542; (0.24)	-1.264x+22.85; (0.94)
Kn	Rc		$0.7434x + 1.6344$; (0.46)	0.829x+0.98; (0.69)	0.665x+2.67; (0.22)	0.48x+4.62; (0.55)		0.466x+4.227; (0.68)	0.895x+0.28; (0.38)	2.07x-9.3; (0.89)
Om	Lc				-0.47x+12.67; (0.44)			-1.174x+20.142; (0.86)		
Kn	Tm		$-0.429x^2 + 8.3425x - 30.96$; (0.63)	0.785x+2.6; (0.82)	0.98x+0.157; (0.86)	0.606x+4.45; (0.41)		0.952x+0.67; (0.9)	0.527x+4.19; (0.3)	2.08x-8.42; (0.92)
Sl	Tm							1x+1; (0.85)		
Nt	Om					0.766x+6.91; (0.5)				
Sl	Ca	0.82x+1.54; (0.50)		0.743x+2.15; (0.4)		0.783x+2.85; (0.4)	1.3x-1.37; (0.89)			1.55x-3.58; (0.95)
Cr	Rc		0.98x-0.172; (0.25)	1.05x-1.077; (0.12)		0.44x+4.81; (0.31)	1.5738x-6.39; (0.72)	0.876x+0.65; (0.85)	1.066x-0.595; (0.21)	1.84x-8.39; (0.92)
Cr	Sl			2.396x-12.94; (0.44)	2.503x-11.63; (0.21)		-1.2803x-4.494; (0.74)	0.8x+0.73; (0.69)		1.42x-5.37; (0.92)
Cr	Ca		1.1x-1.526; (0.21)	1.57x-5.7; (0.14)		0.98x-0.3; (0.31)	1.92x-9.282; (0.74)	0.95x-0.06; (0.47)		2.23x-12.11; (0.89)
Cr	Hd			-3.974x+44.45; (0.34)			-1.487x+23.646; (0.59)	1.099+2.3; (0.46)		
Cr	Fh			1.86x-9.537; (0.56)						
Cr	Ae			-2.508x+27.64; (0.30)			$0.467x^2 - 8.8154x + 47.295$; (0.52)			
Kn	Hd		-1.175x+20.84; (0.4)	-1.496x+23.52	-2.0965x+31.29; (0.27)	-0.334x+11.93; (0.64)		1.016x+3.01; (0.42)		
Kn	Fh		0.3635x+2.6			0.58x+0.478; (0.28)		0		
Kn	Ca					0.854x+1.2; (0.34)		0.784x+1.269; (0.74)		2.57x-13.74; (0.91)
Kn	Lc					0.833x-0.29; (0.45)				
Nt	Cr		$-0.155x^2 + 1.933x + 2.77$; (0.13)							

NT	Ae	1.34x-0.34; (0.47)		1.46x-0.734; (0.3)		0.995x+0.9; (0.48)		0.744x+2.4; (0.62)		
Rc	Sl		0.958x-0.06; (0.70)	0.908x+0.033; (0.76)	1.7155x-5.984; (0.9)	0.356x-3.89; (0.65)		0.948x-0.092; (0.87)	1.356x-3.059; (0.83)	0.764x+1.18
Cr	Kn									0.844x+0.85; (0.92)
Om	Tm	-0.539x+15.06; (0.55)	-0.69x+17; (0.79)							-1.024x+21.25; (0.95)

*Примітка: Номерами позначено синтаксони різних регіонів України: 1 – синтаксономічний склад України; 2 – синтаксономічний розподіл видів, занесених до Червоної книги України; 3 – синтаксономічний розподіл видів Карпат, занесених до Червоної книги України; 4 – синтаксономічний склад степової зони; 5 – синтаксономічний склад Гірського Криму; 6 – синтаксономічний склад угруповань з участю видів роду *Pinus*, що охоплюють всі регіони України; 7 – синтаксономічний склад Дністровського каньйону; 8 – синтаксономічний склад союзів України; 9 – синтаксономічний склад гірських угруповань Карпат та Криму. У дужках подані показники R^2 . Порожні клітини означають відсутність кореляції, або низький її рівень.

*Numbers indicate syntaxons of different regions of Ukraine: 1 – syntaxonomic composition of Ukraine; 2 – syntaxonomic distribution of species listed in the Red Book of Ukraine; 3 – syntaxonomic distribution of Carpathian species listed in the Red Book of Ukraine; 4 – syntaxonomic composition of the steppe zone; 5 – syntaxonomic structure of Mountain Crimea; 6 – syntaxonomic composition of communities with the participation of the *Pinus* spp. covering all regions of Ukraine; 7 – syntaxonomic composition of the Dniester Canyon; 8 – syntaxonomic composition of alliance of Ukraine; 9 – syntaxonomic composition of the Carpathians and the Crimea mountain communities. R^2 values are given in parentheses. Empty cells mean no or low correlation